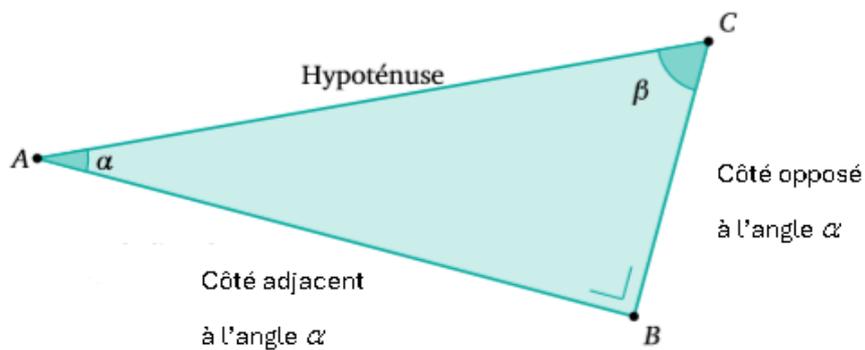


B. Nombres trigonométriques d'un angle orienté

1. Rappels

Soit le triangle ABC rectangle en B .



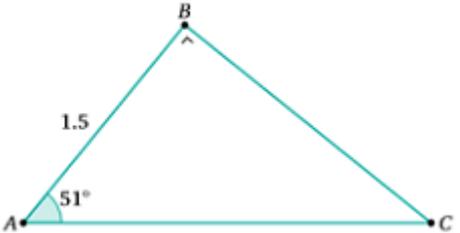
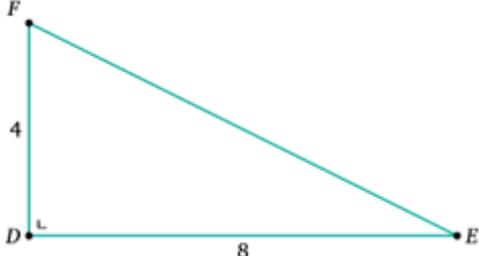
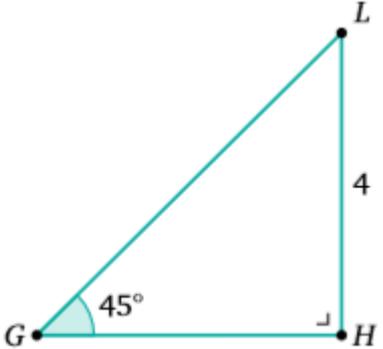
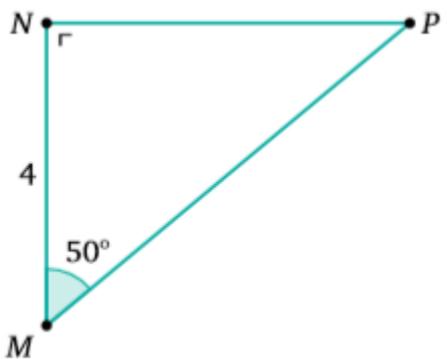
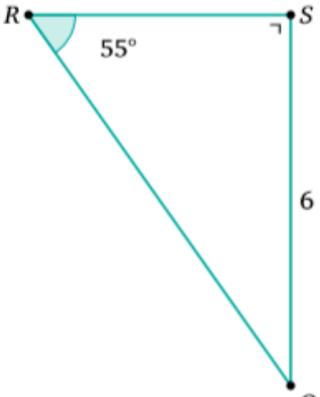
Le sinus, le cosinus et la tangente d'un angle aigu d'un triangle rectangle sont définis de la manière suivante :

$$\sin \alpha = \frac{\text{côté opposé à } \alpha}{\text{hypoténuse}}$$

$$\cos \alpha = \frac{\text{côté adjacent à } \alpha}{\text{hypoténuse}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{côté opposé à } \alpha}{\text{côté adjacent à } \alpha}$$

Exercice : Observe chaque dessin et choisis la(les) bonne(s) réponse(s) :

	<input type="checkbox"/> $\sin 51^\circ = \frac{1.5}{AC}$	<input type="checkbox"/> $\tan 51^\circ = \frac{BC}{1.5}$	<input type="checkbox"/> $\cos 51^\circ = \frac{1.5}{AC}$
	<input type="checkbox"/> $\cos \hat{D}EF = \frac{1}{2}$	<input type="checkbox"/> $\sin \hat{D}EF = \frac{1}{2}$	<input type="checkbox"/> $\tan \hat{D}EF = \frac{1}{2}$
	<input type="checkbox"/> $\sin \hat{L}HG = \frac{4}{45}$	<input type="checkbox"/> $\sin \hat{L}HG = \frac{4}{GL}$	<input type="checkbox"/> $\tan 45^\circ = \frac{GH}{4}$
	<input type="checkbox"/> $\overline{PM} = \frac{\cos 50^\circ}{4}$	<input type="checkbox"/> $\overline{PM} = \frac{4}{\cos 50^\circ}$	<input type="checkbox"/> $\overline{PM} = 4 \cos 50^\circ$
	<input type="checkbox"/> $\overline{RQ} = \frac{6}{\sin 55^\circ}$	<input type="checkbox"/> $\overline{RQ} = \frac{\sin 55^\circ}{6}$	<input type="checkbox"/> $\overline{RQ} = 6 \cdot \tan 55^\circ$

2. Définition

Complète le dessin ci-dessous grâce au support vidéo :

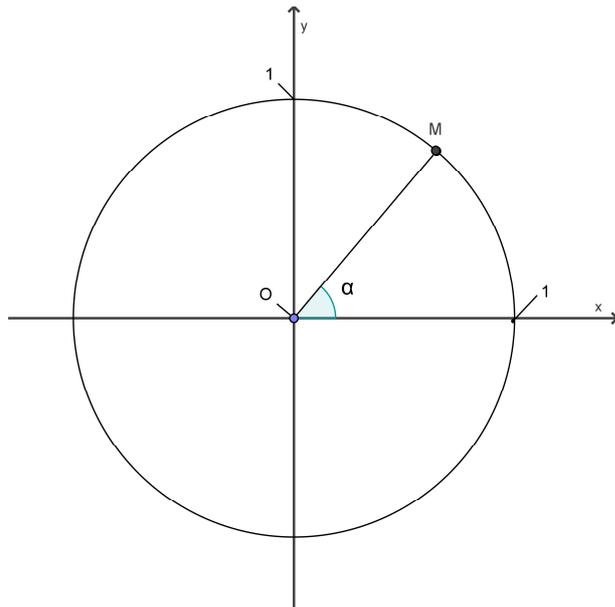


NOMBRES TRIGONOMETRIQUES

<https://bit.ly/3eh8Rtv>



On considère le cercle trigonométrique et l'angle orienté α déterminé par le point M .



Exercice :



<https://bit.ly/2QxGKhh>



A l'aide du cercle trigonométrique, calcule les nombres suivants :

(1) $\cos 0^\circ =$

(5) $\tan 360^\circ =$

(2) $\sin 90^\circ =$

(6) $\cos 900^\circ =$

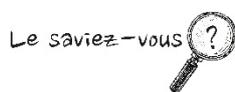
(3) $\tan 180^\circ =$

(7) $\sin 0^\circ =$

(4) $\cot 270^\circ =$

(8) $\cot 180^\circ =$

« Sinus », une erreur de traduction !



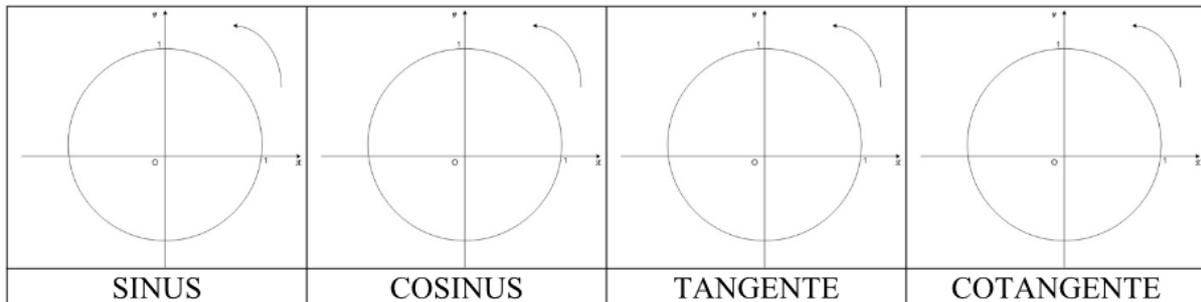
Initialement, les Indiens utilisaient le mot *jya* signifiant « corde » pour désigner le sinus. Le mot *jya* s'est ensuite confondu avec un autre mot : *jaib*.

Le mot latin *sinus* étant utilisé, comme *jaib*, pour désigner le pli d'un vêtement, il sera adopté dans le continent européen. Ce choix est d'autant plus pertinent que *sinus* signifie aussi « courbure ».

3. Signes des nombres trigonométriques

Le signe des nombres trigonométriques diffère d'un quadrant à l'autre.

En imaginant un angle dans chaque quadrant de chaque cercle, déduis-en le signe de ses nombres trigonométriques.



Exercice :



<https://bit.ly/2QcyVxM>



1. Quel est le signe du cosinus de 200° ?
2. Quel est le signe de la tangente de 100° ?
3. Quel est le signe du sinus de -45° ?
4. Quel est le signe de la cotangente de 30° ?
5. Quel est le signe de la tangente de 225° ?
6. Quel est le signe du cosinus de -240° ?
7. Quel est le signe de la cotangente de 135° ?
8. Quel est le signe du sinus de 150° ?

4. Propriétés

(1) Tout angle orienté admet un sinus et un cosinus compris entre -1 et 1 :

$$-1 \leq \sin \alpha \leq 1 \text{ et } -1 \leq \cos \alpha \leq 1$$

(2) **FORMULE FONDAMENTALE :**

Complète la formule et la démonstration :

Quel que soit l'angle orienté d'amplitude α ,



DEMONSTRATION DE LA FORMULE FONDAMENTALE EN TRIGONOMETRIE

<https://bit.ly/3sv1PGz>



Démonstration :

(3) **TANGENTE :**

Complète les cadres et la démonstration :

à condition que

c'est-à-dire

ou encore



DEMONSTRATION DE LA FORMULE DE LA TANGENTE

Démonstration :

(4) **COTANGENTE :**

Complète les cadres, en te basant sur ce qui a été fait pour la tangente :

à condition que

c'est-à-dire

ou encore

5. Tableau des valeurs particulières

Les valeurs des nombres trigonométriques ci-dessous sont très souvent utilisées. Il est recommandé de les apprendre par cœur. ♥

Utilise ta calculatrice pour compléter ce tableau ; indique les valeurs exactes (sous forme de racines carrées).

α en degrés	0°	30°	45°	60°	90°
$\sin \alpha$					
$\cos \alpha$					
$\tan \alpha$					
$\cot \alpha$					

6. Exercices

1. Sur un cercle trigonométrique, construis les angles ayant :

- (1) 0,4 pour sinus
- (2) $\frac{2}{3}$ pour cosinus
- (3) 1,5 pour tangente
- (4) $-\frac{3}{4}$ pour sinus
- (5) $-0,8$ pour cosinus
- (6) -2 pour tangente

2. Si $\cos \theta = -0,8$, quelle est la proposition fautive ?

- (1) θ peut être un angle du deuxième quadrant.
- (2) θ peut être un angle du troisième quadrant.
- (3) θ peut être un angle du quatrième quadrant.

3. Si $\sin \theta = 0,6$, quelle est la proposition vraie ?

- (1) θ est dans le premier ou le quatrième quadrant.
- (2) θ est dans le deuxième ou quatrième quadrant.
- (3) θ est dans le deuxième ou le troisième quadrant.
- (4) θ est dans le premier ou le troisième quadrant.
- (5) θ est dans le premier ou le deuxième quadrant.
- (6) θ est dans le troisième ou le quatrième quadrant.

4. Sans utiliser la calculatrice, et sans même déterminer la mesure de l'angle,

- (1) calcule $\sin \alpha$, $\tan \alpha$ et $\cot \alpha$ si $\alpha \in [0;90^\circ]$ et si $\cos \alpha = \frac{2}{5}$;
- (2) si β appartient au deuxième quadrant et si $\cos \beta = -\frac{2}{3}$, calcule $\sin \beta$ et $\tan \beta$;
- (3) si $\gamma \in [90^\circ;180^\circ]$ et si $\sin \gamma = \frac{1}{5}$, calcule $\cos \gamma$ et $\cot \gamma$;
- (4) si δ appartient au troisième quadrant et si $\sin \delta = -\frac{3}{5}$, calcule $\cos \delta$, $\tan \delta$ et $\cot \delta$.